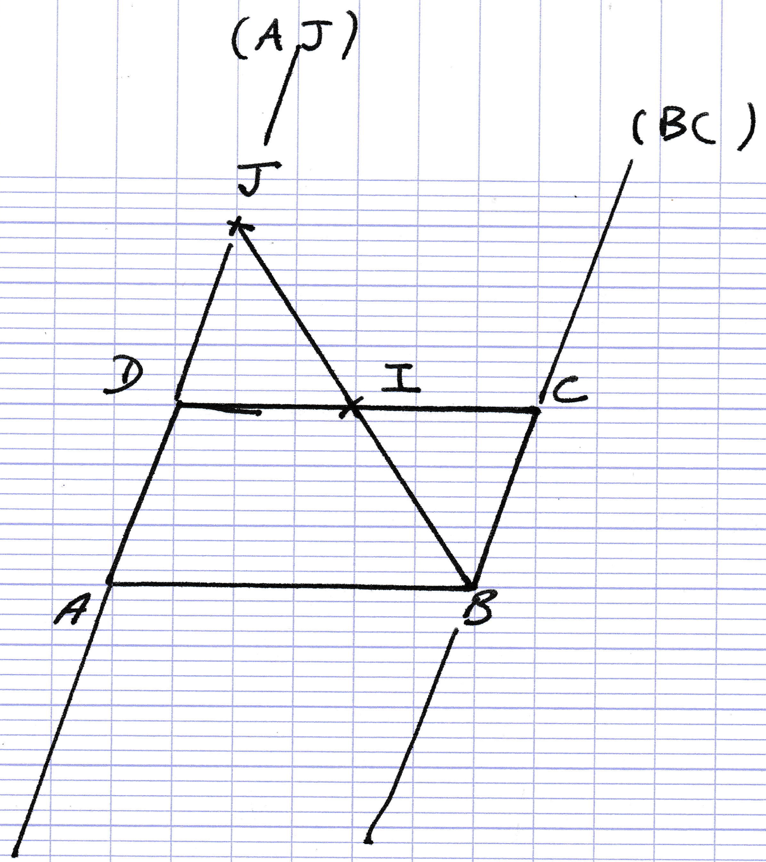

a) Montrons que les points A, D, J sont alignés
c'est-à-dire montrons que si les vecteurs $\vec{AJ}$ et $\vec{AD}$ sont colinéaires.

$\vec{AJ} = \vec{AB} + \vec{BJ}$ (relation de Chasles)

$= \vec{AB} + 2\vec{BI}$ ($\vec{BJ} = 2\vec{BI}$ par définition du point J)

$= \vec{AB} + 2(\vec{BC} + \vec{CI})$ (relation de Chasles)

$= \vec{AB} + 2\vec{BC} + 2\vec{CI}$

$= \vec{AB} + 2\vec{AD} + 2\vec{CI}$ ($\vec{BC} = \vec{AD}$ car ABCD parallélogramme)

$= \vec{AB} + 2\vec{AD} + \vec{CD}$ ($2\vec{CI} = \vec{CD}$ car I milieu du segment [C D])

$= \overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$ ($\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ car ABCD parallélogramme)

$= \overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$

$= 2\,\overrightarrow{AD}$

En conclusion $\overrightarrow{AJ} = 2\,\overrightarrow{AD}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AJ}$ sont colinéaires, et les points A, D, J sont alignés.

b) Montrons que les droites (AJ) et (BC) sont parallèles c'est-à-dire montrons que les vecteurs $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

D'après a), $\overrightarrow{AJ} = 2\,\overrightarrow{AD}$.

Or $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ car ABCD parallélogramme

Ainsi $\overrightarrow{AJ} = 2\,\overrightarrow{BC}$.